ISSN 0130 — 9358

Резник Н.А.

ShkolaPress ®

журнальное издательство

Научно-теоретический и методический журнал

# МАТЕМАТИКА в школе

6

96

# Восстановление утраченных знаний и навыков

**Н.В. Иванчук, Н.А. Резник** (Мурманск)

Программа по математике VIII класса общеобразовательной школы достаточно обширна и строится, в основном на базе материала, изученного в предшествующие периоды обучения. Поэтому пробелы в знаниях, умениях и навыках учащихся ведут к тому, что их успешное обучение в старших классах становится затруднительным. При переходе в другую школу, лицей или гимназию такие ученики страдают особенно сильно. Учащиеся путаются в понятиях "противоположные" и "обратные числа", "делимое" и "делитель". Они испытывают затруднения при нахождении и вынесении за скобки общего множителя, с ошибками применяют формулы сокращенного умножения, имеют плохое представление о степенях.

Предшествующие неудачи обучения могут привести к тому, что им придется прервать обучение в выбранном заведении. Именно поэтому мы обратили серьезное внимание на проблему восстановления утраченных знаний и навыков.

Поскольку специально выделенных часов на повторение в VIII классе для ликвидации пробелов (в данном случае вычислительных навыков и навыков преобразований алгебраических выражений) недостаточно, мы постоянно обращаемся к этим вопросам на каждом уроке алгебры и геометрии, применяя специальные упражнения, которые называем здесь визуальными задачами.

Визуальной задачей мы считаем задачу, в основе которой лежит геометрический образ или формульная конструкция. Процесс решения такой задачи связан с анализом структуры образа (или формулы), с последующим преобразованием его по определенным, хорошо знакомым правилам. Поясним этот процесс на нескольких примерах, использованных нами в сентябре этого года на уроках алгебры в VIII технологическом классе Мурманского морского лицея.

Восстановление навыков мы начали с основного свойства дроби. Рассмотрев и обсудив маленькую информационную схему (рис. 1, вверху), лицеисты выполнили задания тренажера (рис. 1, внизу). Поясним, что мы понимаем под этим видом задач.

**Тренажер** — это комплект упражнений, посвященных отработке определенного, конкретного навыка. Задания тренажера по степени сложности практически не отличаются друг от друга. Они как бы восстанавливают забытые ныне традиции устного счета.

Мы уделили большое внимание зрительному анализу более сложных заданий (рис. 2).

Для того чтобы все, даже слабые учащиеся, могли легко производить арифметические действия над дробями, мы также предложили им соответствующие информационные схемы (рис. 3, вверху). Уже на этом этапе мы обратили серьезное внимание на возможность использования принципа замены одинаковых громоздких выражений на единый символ (рис. 3, внизу). Благодаря такой замене структура алгебраического выражения становится визуально обозрима, и все сводится к решению как бы нового, значительно более простого выражения.

В завершение нами был проведен специальный урок, материалы которого мы предлагаем ниже.

Для предотвращения наиболее распространенных ошибок на доске были даны примеры, наглядно иллюстрирующие принцип сокращения алгебраической дроби (рис. 4). Затем каждому лицеисту был выдан лист с набором заданий, расположенных в определенном порядке (рис. 5 и 6).

Благодаря подготовке (см. рис. 4) подавляющее большинство учеников хорошо справились с тестом 1 (см. рис. 5, вверху слева). При решении второго задания "Посмотрите и найдите" (см. рис. 5, вверху справа) лицеисты обратили внимание на следующие вопросы:

сколько примеров нужно решить?

Сколько действий нужно осуществить?

Можно ли устно решить этот пример?

Это задание настолько заинтересовало ребят, что они сами не только сосредоточенно обдумывали ситуацию, но и внимательно следили за ответами своих товарищей, корректируя их ошибки.

Серия — это комплект заданий, выстроенных строго по порядку возрастания сложности. На рис. 5 (в центре слева) затушеваны строка и столбец задач, предложенных лицеистам для домашней работы. Остальные примеры мы решили быстро устно на самом уроке. Аналогичная работа была проведена и с тестом 4.

Ребята немножко устали, поэтому нами был введен необычный для них пример — тест 5 (см. рис. 5, внизу). Учащиеся с удовольствием рассматривали "ручки", обсуждали принципы умножения, внимательно исследовали строку ответов и находили правильный результат.

После этого небольшого отдыха мы обратились к информационной схеме 6 (см. рис. 6, вверху слева) и внесли в нее недостающую информацию. Теперь лицеисты могли использовать эту схему как справочник при решении теста 7 (см. рис. 6, вверху справа).

Мы опустили в тесте 8 ответ на последний пример для того, чтобы нацелить учащихся не на подгонку, а на действительное получение правильных результатов.

Тест 9 оказался весьма поучительным. Многие решили сначала подставить цифры, а затем уже приступать к преобразованиям. Мы сравнили возможные пути решения и пришли к выводу: полезнее сначала упростить алгебраическую дробь, а затем уже находить ее значение при определенных условиях.

Задание 10 оказалось для лицеистов достаточно трудным (см. рис. 6, внизу). Поэтому на уроке была разобрана только формула слева. Над остальными заданиями этого блока было предложено подумать дома и вернуться к ним на следующем уроке.

В завершение урока была предложена небольшая самостоятельная работа на 5 мин по специальной таблице (рис. 7). Каждый лицеист выполнял примеры отдельной строки, записывая ответы в соответствующей пустой клетке этой таблицы.

Нашим ученикам очень нравятся такие уроки, потому что на них (цитируем) "нужно много думать, но мало писать".

### Литература

1. *Резник Н.А.* Визуальные задачи для эпидиаскопа и дисплея с указаниями, ответами и решениями по курсу "Тригонометрия": Метод. пособие для учителей и родителей: В 2 ч. Мурманск, 1994.

2. *Резник Н.А.* Приложение к учебному пособию "Тригонометрия" и к учебно-методическому пособию "Визуальные задачи для эпидиаскопа и дисплея": Метод. пособие. Мурманск, 1994.

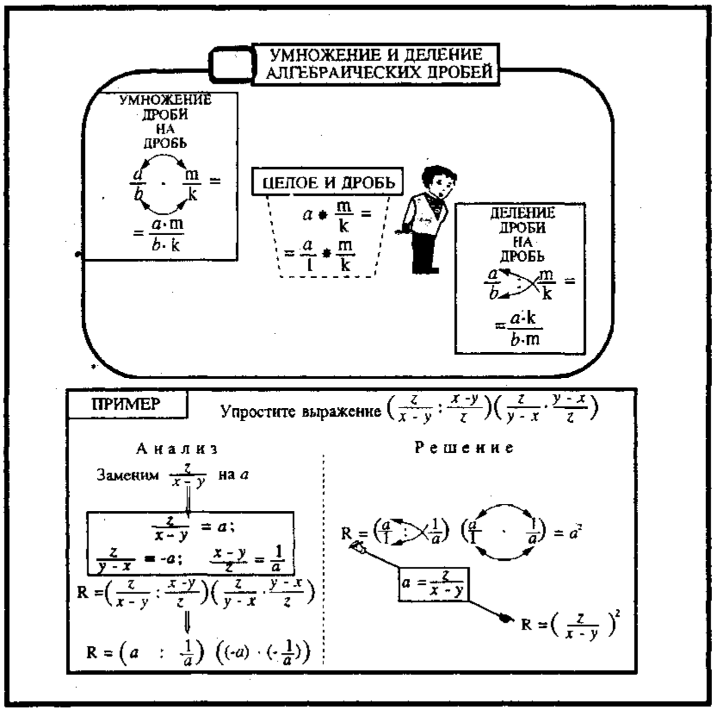



*Рис. 3*

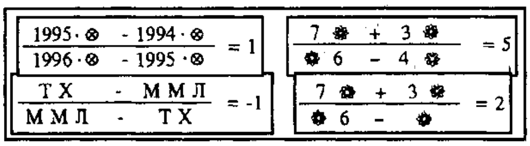



*Рис. 4*

| МАТРИЦА | Для каждой пары дробей | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ | выделите общий множитель | определите общий знаменатель | сложите и упростите | перемножьте и упростите | первую дробь разделите на вторую и упростите |
| $\frac{x}{y}$ и $\frac{m}{n}$ | | | | | |
| $\frac{6ax}{x}$ и $\frac{4xy}{a}$ | | | | | |
| $\frac{y}{kx}$ и $\frac{m}{kn}$ | | | | | |
| $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ | | | | | |
| $\frac{2p}{3k}$ и $\frac{3kp}{2}$ | | | | | |

*Рис. 7*

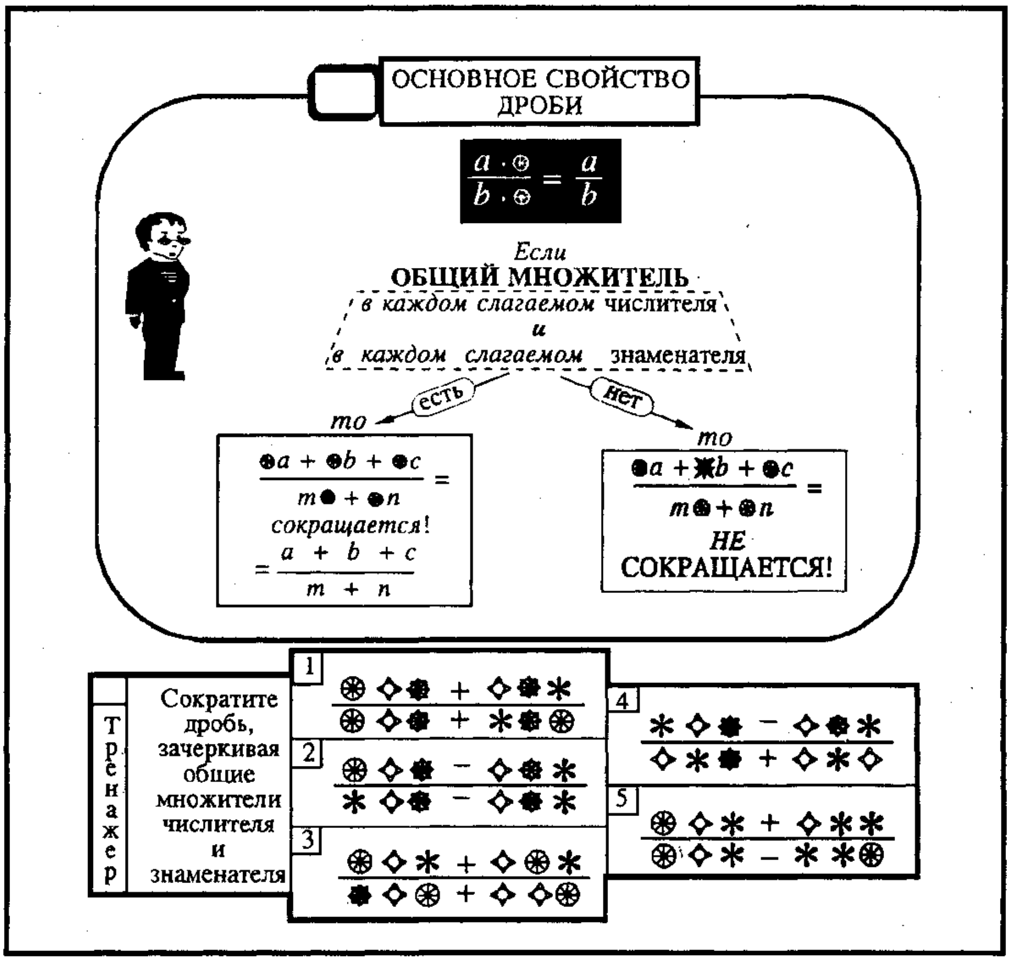

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ
Если
ОБЩИЙ МНОЖИТЕЛЬ
в каждом слагаемом числителя
и
в каждом слагаемом знаменателя
есть
нет
то
то
сокращается!
НЕ СОКРАЩАЕТСЯ!
Тренажер
Сократите дробь, зачеркивая общие множители числителя и знаменателя
1
2
3
4
5

Рис. 1

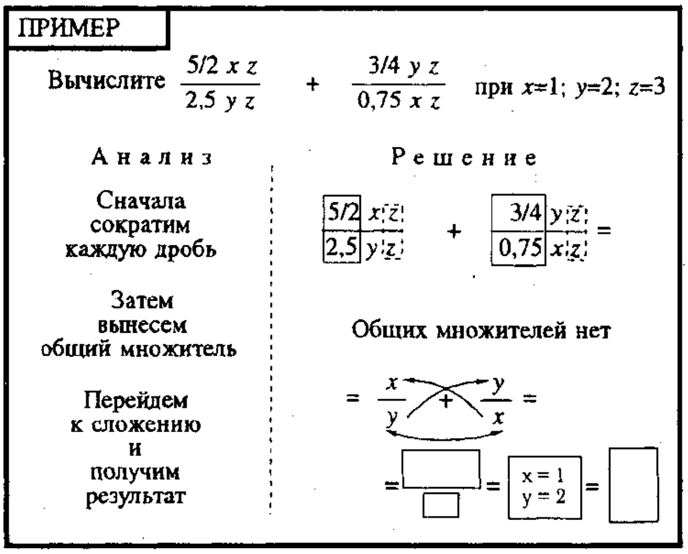

ПРИМЕР
Вычислите $\frac{5/2\ x\ z}{2{,}5\ y\ z} + \frac{3/4\ y\ z}{0{,}75\ x\ z}$ при $x=1$; $y=2$; $z=3$
Анализ
Решение
Сначала сократим каждую дробь
Затем вынесем общий множитель
Перейдем к сложению и получим результат
Общих множителей нет
$= \frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$
x = 1
y = 2

Рис. 2

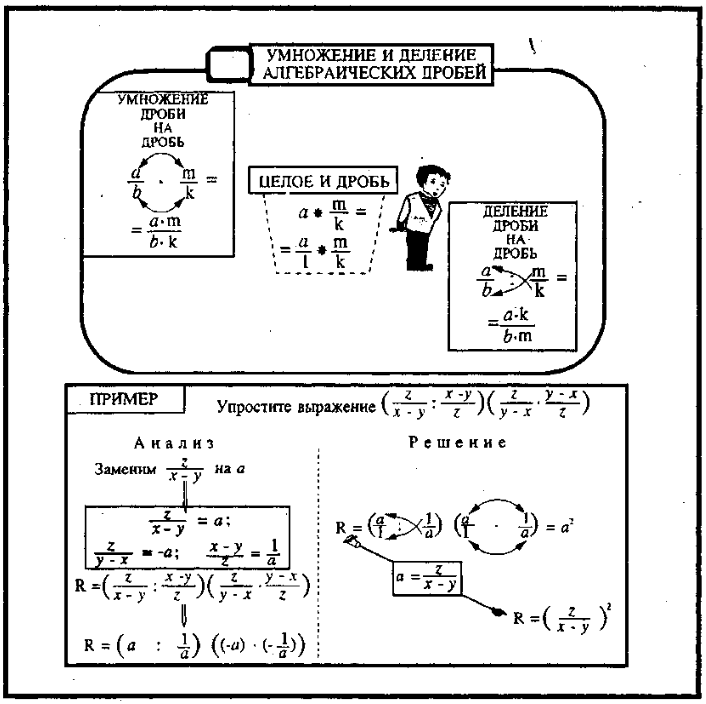



*Рис. 3*

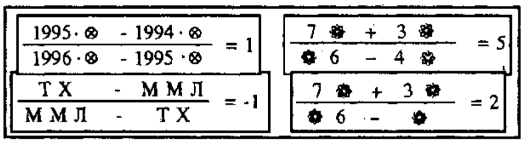
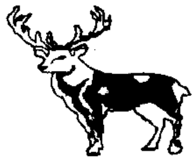



*Рис. 4*

| МАТРИЦА | Для каждой пары дробей | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ | выделите общий множитель | определите общий знаменатель | сложите и упростите | перемножьте и упростите | первую дробь разделите на вторую и упростите |
| $\frac{x}{y}$ и $\frac{m}{n}$ | | | | | |
| $\frac{6ax}{x}$ и $\frac{4xy}{a}$ | | | | | |
| $\frac{y}{kx}$ и $\frac{m}{kn}$ | | | | | |
| $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ | | | | | |
| $\frac{2p}{3k}$ и $\frac{3kp}{2}$ | | | | | |

*Рис. 7*

| Тест 1<br>Вычислите устно | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{12 \cdot 3 + 12 \cdot 5}{12 \cdot 9 - 12}$ | | | | | | | |
| $\frac{13 \cdot 3 + 13 \cdot 6}{13 \cdot 9 - 13 \cdot 6}$ | | | | | | | |
| $\frac{14 \cdot 3 + 5 \cdot 14}{9 \cdot 14 - 14 \cdot 5}$ | | | | | | | |
| $\frac{35 \cdot 12 + 8 \cdot 35}{5 \cdot 35 - 35}$ | | | | | | | |
| $\frac{3 \cdot 77 + 77 \cdot 5}{77 \cdot 8 - 6 \cdot 77}$ | | | | | | | |



**2 ПОСМОТРИТЕ И НАЙДИТЕ**

устно
*(без калькулятора!)*
результат

$$\frac{5432 - 2345}{2345 - 5432} \cdot 3 + \frac{5432 - 2345}{2345 - 5432} \cdot 5$$
$$\frac{5432 - 2345}{2345 - 5432} \cdot 2 + \frac{5432 - 2345}{2345 - 5432} \cdot 6$$

| Серия 3<br>Каждую дробь | I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|---|
| | сократите на | | | | |
| | 2 | $x$ | $x^2$ | $xy$ | |
| $\frac{2x}{7x}$ | | | | | |
| $\frac{5x^2}{7x^3y^2}$ | | | | | |
| $\frac{2xy^2}{3x^2y^3}$ | | | | | |
| $\frac{10xy^3}{5y^2}$ | | | | | |
| $\frac{6x^3 5y^2}{18x 9y}$ | | | | | |

**Серия 4**

Сократите дробь

1. $\frac{x^2x + x}{x + xx^2}$
2. $\frac{a^2 - a^3}{a^3 - a^2}$
3. $\frac{y^3 - y}{y - y^3}$
4. $\frac{b^3b - bb^2}{bb^2 - bb^3}$
5. $\frac{zz^3z - zz^2z}{zz^2z - z^3z^2}$

**Тест 5**

Введем новую операцию: $\begin{matrix} a & \times & m \\ b & & n \end{matrix} = an - bm$

| Чему равно | $-(an + bm)$ | $(an + bm)$ | 0 | $a^2$ | $b^2$ | $a^2 - b^2$ | $b^2 - a^2$ | $m^2 - n^2$ | $n^2 - m^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\begin{matrix} -a & \times & m \\ b & & n \end{matrix}$ | | | | | | | | | |
| $\begin{matrix} a & \times & m \\ -b & & n \end{matrix}$ | | | | | | | | | |
| $\begin{matrix} an & \times & am \\ an & & am \end{matrix}$ | | | | | | | | | |
| $\begin{matrix} an & \times & an \\ am & & am \end{matrix}$ | | | | | | | | | |
| $\begin{matrix} a & \times & b \\ b & & a \end{matrix}$ | | | | | | | | | |

*Рис. 5*

6 ДЕЙСТВИЯ НАД ВЗАИМНО ОБРАТНЫМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

$\frac{a}{b} \pm \frac{b}{a} = \frac{a^2 \pm b^2}{\square}$

$\frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} = \frac{\square}{ab}$

*Сумма и разность*

*Произведение и частное*

$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \square$ $\quad \frac{a}{b} : \frac{b}{a} = \square$

| Тест 7 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Найдите результат | $\frac{a^2-1}{a}$ | $\frac{1-a^2}{a}$ | $\frac{1+a^2}{a}$ | $\frac{a-1}{a}$ | $\frac{1-a}{a}$ | $\frac{1+a}{a}$ |
| $\frac{1}{a}-1$ | | | | | | |
| $1-\frac{1}{a}$ | | | | | | |
| $\frac{1}{a}+1$ | | | | | | |
| $a+\frac{1}{a}$ | | | | | | |
| $\frac{1}{a}-a$ | | | | | | |
| $a-\frac{1}{a}$ | | | | | | |

| Тест 8 | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Разделите | $\frac{x}{y}$ | $\frac{y}{x}$ | $\frac{x^2}{y^2}$ | $\frac{y^2}{x}$ | $\frac{y}{x^2}$ | $\frac{x^3}{y^3}$ | $\frac{y^3}{x^3}$ | $\frac{x}{y^2}$ | $xy$ | $x$ | $y$ |
| $\frac{y}{x} : \frac{y^2}{x^2}$ | | | | | | | | | | | |
| $\frac{y}{x} : \frac{x}{y}$ | | | | | | | | | | | |
| $\frac{y^2}{x} : \frac{y^2}{x^2}$ | | | | | | | | | | | |
| $\frac{y^2}{x^2} : \frac{y}{x}$ | | | | | | | | | | | |
| $\frac{y}{x^2} : \frac{y^2}{x}$ | | | | | | | | | | | |

| Тест 9 найдите результат при $a=2$, $b=3$ | Умножьте дробь на дробь и | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 1/2 | 1/3 | 2/3 | 3/2 | 6 | 1/6 |
| $\frac{a}{a^2} \cdot \frac{b^2}{b}$ | | | | | | | | | |
| $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{b}{a^2}$ | | | | | | | | | |
| $\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{a}$ | | | | | | | | | |
| $\frac{a}{b^2} \cdot \frac{b}{a^2}$ | | | | | | | | | |
| $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{a}$ | | | | | | | | | |

10 ПОСМОТРИТЕ И НАЙДИТЕ 11

*Полные квадраты*

$$\left(\frac{a}{b} \pm \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \pm \square + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(\frac{a}{b} \pm \frac{b}{a}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3} \pm \square \pm \frac{b^3}{a^3}$$

*Полные кубы*

12 Докажите, что 13

| 12 | 13 |
|---|---|
| разность между полным квадратом суммы взаимно обратных выражений и суммой квадратов этих же выражений равна 2 | разность между кубом взаимно обратных дробных алгебраических выражений и суммой их кубов равна утроенной сумме этих выражений |

*Рис. 6*